

1. AUFGABEN

**Aufgabe 1.1.** Seien  $V, W$   $\mathbb{K}$ -Vektorräume und sei  $f : V \rightarrow W$  eine Abbildung,

(a) definere, wann diese Abbildung  $f$  linear ist,

(b) falls  $V = \mathbb{R}^3, W = \mathbb{R}^4$ ,  $f \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ ,  $f \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$  und

$f \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ , was ist dann  $f \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -7 \end{pmatrix}$ ?

**Aufgabe 1.2.** Bestimme die Basis des Bildes und des Kernes folgender linearer Abbildung:

$$H : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3,$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 3 \\ 0 & 5 & 5 & 5 \\ 2 & -4 & 6 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}.$$

Ist diese Abbildung surjektive und/oder injektiv?

**Aufgabe 1.3.** Definiere  $U := L\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$  und  $V := L\left(\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}\right)$ .

Bestimme eine Basis von  $U \cap V$ .