Name:

Matrikelnummer:

Punkte:

1	2	3	Σ

1. Aufgaben

Sei $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}, x \mapsto 2x$.
Gegeben sei folgende zwei Signaturen:

$$\sigma_1 := (\{1\}, \emptyset, \{2\}, \emptyset, (2 \mapsto (1,1))\},$$
$$\sigma_2 := (\{1\}, \{2\}, \emptyset, \emptyset, (2 \mapsto (1,1))\}.$$

Weiterhin seien die σ_1-Strukturen

$$\mathcal{A} := (\{\mathbb{N}\}, \emptyset, \{\leq_{\mathbb{N}}\}, \emptyset),$$
$$\mathcal{B} := (\{\{2^i | i \in \mathbb{N}\}\}, \emptyset, \{r^B\}, \emptyset),$$

wobei nr^Bn' gdw. $n|n'$, und die σ_2-Strukturen

$$\mathcal{C} := (\{\mathbb{N}\}, \{id_{\mathbb{N}}\}, \emptyset, \emptyset),$$
$$\mathcal{D} := (\{\mathbb{N}\}, \{f\}, \emptyset, \emptyset)$$

gegeben.

Aufgabe 1.1. *Wahr oder falsch?*

- $g : \mathbb{N} \to \{2^i | i \in \mathbb{N}\}, x \mapsto 2^x$ *ist ein Homorphismus von* $\mathcal{A}$ *nach* $\mathcal{B}$.
- $h : \{2^i | i \in \mathbb{N}\} \to \mathbb{N}, x \mapsto x$ *ist ein Homorphismus von* $\mathcal{B}$ *nach* $\mathcal{A}$.
- f *ist ein Homorphismus von* $\mathcal{C}$ *nach* $\mathcal{D}$.
- $id_{\mathbb{N}}$ *ist ein Homorphismus von* $\mathcal{C}$ *nach* $\mathcal{D}$.

Aufgabe 1.2. *Gebe eine geeingnete Signatur an für* $(\mathbb{N}, +_{\mathbb{N}}, \cdot_{\mathbb{N}}, \leq_{\mathbb{N}}, |_{\mathbb{N}}, 0, 1)$.

Aufgabe 1.3. *Beweise, dass in jeder booleschen Algebra gilt: Wenn* $x \cdot y = x$, *dann* $x + y = y$.