

Name:

Matrikelnummer:

Punkte:

1	2	3	Σ

1. AUFGABEN

Sei $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, x \mapsto 2x$. Weiterhin betrachten wir vier Männer Peter, Paul, Patrik und Pascal, wobei Pascal der Vater von Patrik ist, Patrik der Vater von Paul und Paul der Vater von Peter ist.

Gegeben seien folgende Signaturen:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &:= (\{S_1\}, \{f_2\}, \{r_3\}, \emptyset, (f_2 \mapsto (S_1, S_1), r_2 \mapsto (S_1, S_1)), \\ \sigma_2 &:= (\{1\}, \{2\}, \emptyset, \{3, 4, 5\}, (2 \mapsto (1, 1, 1), 3 \mapsto 1, 4 \mapsto 1, 5 \mapsto 1)).\end{aligned}$$

Weiterhin seien die σ_1 -Strukturen

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &:= (\{\mathbb{N}\}, \{f\}, \{\leq_{\mathbb{N}}\}, \emptyset), \\ \mathcal{B} &:= (\{\text{Menschen}\}, \{\text{Vater von}\}, \{\text{junger als}\}, \emptyset),\end{aligned}$$

mit den Belegungen $\beta_{\mathcal{A}} : v_n^s \mapsto n+1$, und $\beta_{\mathcal{B}} : v_n^s \mapsto \text{Peter}$, falls n gerade, und $v_n^s \mapsto \text{Paul}$, falls n ungerade, gegeben. Wir definieren so zwei Modelle $\mathcal{M} := (\mathcal{A}, \beta_{\mathcal{A}})$ und $\mathcal{N} := (\mathcal{B}, \beta_{\mathcal{B}})$.

Sei $t_1 := f_2(f_2(v_5^{S_1})) \in T^{\sigma_1}$, $t_2 := f_2(f_2(f_2(v_8^{S_1}))) \in T^{\sigma_1}$, bestimme und $\varphi := r_3(f_2(v_5^{S_1}), v_{11}^{S_1}) \in \text{Aus}^{\sigma_1}$.

Aufgabe 1.1. Wahr oder falsch?

- φ ist keine relationale Aussage.
- $\mathcal{N}(t_1) = \text{Patrik}$,
- $\mathcal{M}(t_1) = 24$,
- $\mathcal{M}(t_2) = 108$.

Aufgabe 1.2. Beweise oder widerlege: $\mathcal{N} \models \varphi$.

Aufgabe 1.3. Gebe eine beliebige σ_2 -Struktur an.