Hausaufgabe 25a:

1:	$[\varphi \to \psi \wedge \chi \to \psi$	Einführen einer Annahme
2:	$[\varphi \vee \chi$	Einführen einer Annahme
3:	$\varphi \to \psi$	$\wedge$-Elimination mit 1
4:	$\chi \to \psi$	$\wedge$-Elimination mit 1
5:	$\psi]$	Fallunterscheidung mit 2,3 und 4
6:	$(\varphi \vee \chi) \to \psi]$	$\to$-Einführung

Hausaufgabe 25b:

1:	$[\varphi \vee \psi$	Einführen einer Annahme
2:	$[\neg\varphi$	Einführen einer Annahme
3:	$[\varphi$	Einführen einer Annahme
4:	$\perp$	$\to$-Elimination mit 2 und 3
5:	$\psi]$	$\perp$-Elimination mit 4
6:	$\varphi \to \psi$	$\to$-Einführung mit 3 und 5
7:	$[\psi$	Einführen einer Annahme
8:	$\psi]$	Kopie von 7
9:	$\psi \to \psi$	$\to$-Einführung mit 7 und 8
10:	$\psi]$	Fallunterscheidung mit 1,5 und 9
11:	$\neg\varphi \to \psi]$	$\to$-Einführung mit 1 und 10

Hausaufgabe 28a:

1:	$[\exists v_0^s \varphi$	Einführen einer Annahme
2:	$[\forall v_0^s \neg\varphi$	Einführung einer Annahme
3:	$\neg\varphi$	$\forall$-Elimination
4:	$\perp]$	$\exists$-Elimination mit 1 und 3
5:	$\neg\forall v_0^s \neg\varphi]$	$\to$-Einführung mit 2 und 4.

Hausaufgabe 28b:

1:	$[\neg\forall v_0^s \neg\varphi(v_0^s)$	Einführen einer Annahme
2:	$[\neg\exists v_0^s \varphi(v_0^s)$	Einführen einer Annahme
3:	$[\varphi(v_0^s)$	Einführen einer Annahme
4:	$\exists v_0^s \varphi(v_0^s)$	$\exists$-Einführung
5:	$\perp]$	$\to$-Elimination mit 2 und 4
6:	$\neg\varphi(v_0^s)$	$\to$-Einführung
7:	$\forall v_0^s \neg\varphi(v_0^s)$	$\forall$-Einführung
8:	$\perp]$	$\to$-Elimination mit 1 und 7
9 :	$\neg\exists v_0^s \varphi(v_0^s) \to \perp$	$\to$-Einführung
10:	$\exists v_0^s \varphi(v_0^s)]$	Widerspruchsregel mit 9

Testat 10, Aufgabe 2:

1:	$[\varphi$	Einführen einer Annahme
2:	$[\neg\varphi$	Einführen einer Annahme
3:	$\perp]$	$\to$-Elimination mit 1 und 2
4:	$\neg\varphi \to \perp$	$\to$-Einführung mit 2 und 3
5:	$\neg\neg\varphi$	

Testat 10, Aufgabe 1:

$$\varphi := \exists v_0^{vektor} \exists v_1^{vektor} \exists v_2^{vektor} \forall v_3^{vektor} \exists v_0^{skalar} \exists v_1^{skalar} \exists v_2^{skalar}$$
$$v_3^{vektor} = +_{vektor}(\cdot_{vektor}(v_0^{vektor}, v_0^{skalar}), +_{vektor}(\cdot_{vektor}(v_1^{vektor}, v_1^{skalar}), \cdot_{vektor}(v_2^{vektor}, v_2^{skalar})))$$

Testat 10, Aufgabe 3:(i) Sei $t = v_i^s$ eine Variable, dann enthält keine linke Klammer und kein Funktionssymbol.
(ii) Sei $t = k$ eine Konstante, dann enthält keine linke Klammer und kein Funktionssymbol.
(iii) Sei $t = f(t_1, ..., t_n)$ und für alle i gilt: t_i enthält genauso viele linke Klammern wie Funktionssymbole.
Dann

$$\begin{aligned} \text{Anzahl der Funktionssymbole in } t &= 1 + \sum_{i=1}^{n} \text{ Anzahl der Funktionssymbole in } t_i \\ &= 1 + \sum_{i=1}^{n} \text{ Anzahl linker Klammern in } t_i \\ &= \text{ Anzahl linker Klammern in } t. \end{aligned}$$

Hausaufgabe 29: Sei $\sigma = (S, F, R, K, fct)$ eine Signatur, für alle Terme $t \in T^\sigma$, definieren wir $var(t)$, die Variablen die t vorkommen, rekursiv :
(i) $t = v_i^s$, wobei $i \in \mathbb{N}$ und $s \in S$, dann $var(t) = \{v_i^s\}$.
(ii) $t = k$, wobei $k \in K$, dann $var(t) = \emptyset$.
(iii) $t = f(t_1, ..., t_n)$, wobei $f \in F$ und $t_i \in T^\sigma$, dann $var(t) = \bigcup_{i=1..n} var(t_i)$.
Nun definieren für alle Ausagen φ die freien Variablen $fr(\varphi)$, die in φ vorkommen, rekursiv:
(i) $\varphi = r(t_1, ..., t_n)$, wobei t_i Terme und $r \in R$, dann $fr(\varphi) = \bigcup_{i=1..n} var(t_i)$.
(ii) $\varphi = t_1 = t_2$, wobei t_i, dann $fr(\varphi) = var(t_1) \cup var(t_2)$.
(iii) $\varphi = \neg\psi$, dann $fr(\varphi) = fr(\psi)$.
(iv) $\varphi = \chi \wedge \psi$, dann $fr(\varphi) = fr(\psi) \cup fr(\chi)$.
(v) $\varphi = \forall v_i^s \psi$, dann $fr(\varphi) = fr(\psi) \backslash \{v_i^s\}$.

Hausaufgabe 33: Anzahl der günstige Fälle $\binom{4}{2} \cdot 2 \cdot 50!$.

Also Warscheinlichkeit $= \frac{\binom{4}{2} \cdot 2 \cdot 50!}{52!} = \frac{12}{52 \cdot 51}$.

Hausaufgabe 36 a: Sei (E, K) ein Graph. Dann ist K ein Relation auf E. Also ist K eine Teilmenge von $E \times E$. Weiter nach Definition und der Disjunktivität der betrachteten Menge:

$$\begin{aligned}|K| &= |\{(a,b)|aKb\}| \\ &= |\bigcup_{a\in E}\{(a,b)|aKb\}| \\ &= \sum_{a\in E}|\{(a,b)|aKb\}| \\ &= \sum_{a\in E}|\{b|aKb\}| \\ &= \sum_{a\in E}\delta(a).\end{aligned}$$

Hausaufgabe 36 b: Hätte ein Graph (E, K) eine ungerade Anzahl von Ecken mit ungeradem Grad, wäre nach 36a $|K|$ ungerade. $|K|$ ist aber gerade, da es irreflexsiv ist, also niemals $(a, a) \in K$ ist, und symmetrisch, und daher für jedes $(a, b) \in K$ auch $(b, a) \in K$ gilt.

Hausaufgabe 30:a) $\frac{1}{\binom{49}{6}}$

b) $\dfrac{\binom{6}{3}\cdot\binom{43}{3}}{\binom{49}{6}}$

c) $\dfrac{\binom{6}{5}}{\binom{49}{6}}$

d) $\frac{1}{\binom{49}{6}\cdot 10}$