1. Aufgaben

Aufgabe 1.1. *Wahr oder falsch?*

(i) *Es gibt genau ein Skalarprodukt auf dem* $\mathbb{R}^n$.
(ii) *Sei* A *eine* $n\times n$*-Matrix,* $<,>$ *das Standard-Skalarprodukt auf dem* $\mathbb{R}^n$*, dann ist* $\rho(x,y) :=< x, Ay >$ *genau dann ein Skalarprodukt, wenn* A *symmetrisch und* $\det A > 0$ *ist.*
(iii) *Jede orthogonale Matrix ist invertierbar.*
(iv) *Jede diagonalisierbare Matrix ist symmetrisch.*
(v) *Zwei Matrizen sind ähnlich, wenn sie dieselbe Spur haben.*
(vi) *Zwei Matrizen, die ähnlich sind, haben dieselbe Spur.*
(vii) *Eine Matrix, die über* $\mathbb{R}$ *nicht diagonalisierbar ist, ist über* $\mathbb{C}$ *diagonalisierbar.*
(viii) *Sei* f *ein Endomorphismus eines euklidischen Vektorraumes, dann ist* f *selbstadjungiert, genau dann wenn* $< f(v), f(w) >=< v, w >$.
(ix) *Jede symmetrische Matrix ist normal.*

Aufgabe 1.2. *Beweise:* (V,σ) *endl. dim., euklidischer Vektorraum und* $(b_1, ..., b_n)$ *Orthonormalbasis. Weiter sei* $v \in V$*, dann ist* $v = \sum_{i=1}^{n} \sigma(v, b_i) b_i$.

Aufgabe 1.3. *Beweise oder widerlege: Keine nilpotente Matrix ist diagonalisierbar.*

Aufgabe 1.4. *Definiere folgende Begriffe:*

- *Skalarprodukt,*
- *euklidischer Vektorraum,*
- *Winkel und Länge,*
- *orthogonal,*
- *Orthonormalbasis,*
- *Gram-Schmidt-Orthonormalisierungsverfahren,*
- *orthogonale Abbildung,*
- *selbstadjungiert,*
- *hermitesche Form,*
- *hermitesche Matrix,*
- *orthogonale Matrix,*
- *diagonalisierbare Matrix,*
- *normale Matrix,*
- *Eigenwert,*
- *Eigenvektor,*
- *Eigenraum,*
- *charakteristische Polynom,*
- *geometrische Vielfachheit,*
- *algebraische Vielfachheit*
- *...*