# 1. Aufgaben

**Aufgabe 1.1.** *Definiere die folgenden Begriffe:*

- *Adjungierte Abbildung,*
- *selbstadjungiert,*
- *orthogonales Komplement und*
- *orthogonale Abbildung.*

**Aufgabe 1.2.** *Sei* $(V, <, >)$ *euklidischer Vektorraum,* $f, g \in End(V)$*. Was ist die adjungierte Abbildung zur Identität? Wenn* $f^*$ *die adjungierte Abbildung zu* $f$ *ist, was ist dann die adjungierte Abbildung zu* $\alpha f$*, für* $\alpha \in \mathbb{R}$*? Sei ausserdem* $g^*$ *die adjungierte Abbildung zu* $g$*, was ist dann die adjungierte Abbildung zu* $fg$*?*

**Aufgabe 1.3.** *Beweise:* $(V, <, >)$ *euklidischer Vektorraum,* $f \in End(V)$*, dann gilt* $V = ker f^* \bigoplus im f$*.*

**Aufgabe 1.4.** *Berechne das orthogonale Komplement des von* $(1, 1, 4)$ *und* $(2, 3, -1)$ *aufgespannten Unterraumes des* $\mathbb{R}^3$ *bzgl. des Standartskalarproduktes.*

**Aufgabe 1.5.** $< x, y > := x^T Ay$*, wobei* $A := \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$*, ist ein Skalarprodukt auf dem* $\mathbb{R}^3$ *(nach Aufgabe 4 des vorherigen Zettels). Bestimme diesmal das orthogonale Komplement des Untervektorraumes, aufgespannt von* $(1, 0, 0)$ *und* $(0, 1, 0)$*, bzgl. diese Skalarprduktes.*

**Aufgabe 1.6.** *Man betrachte den* $\mathbb{R}^2$ *und* $\mathbb{R}^3$ *mit seinen Standartskalarprodukten. Ist dann die Einbettung des* $\mathbb{R}^2$ *in den* $\mathbb{R}^3$ *eine orthogonale Abbildung?*