1. Aufgaben

Aufgabe 1.1. *Definiere die folgenden Begriffe:*

- *Spiegelungen,*
- *normaler Endomorphismus.*

Aufgabe 1.2 (Spiegelungen im $\mathbb{R}^2$)**.** *Sei* $v = (3, 2)$. *Welchen Vektor erhält man, wenn man an der Gerade durch* $< (1, 2) >$ *spiegelt?*

Aufgabe 1.3 (Spiegelungen im $\mathbb{R}^3$)**.** *Sei* U, *der durch* $(1, 1, 0)$ *und* $(0, 1, 1)$ *aufgespannte Untervektorraum des* $\mathbb{R}^3$. *Bestimme die Spiegelung von* $(1, 2, 3)$ *an diesem Unterraum.*

Aufgabe 1.4 (Eigenschaften von Spiegelungen)**.** *Sei* (V, σ) *ein eukldischer Vektorraum,* $s_a : V \to V, s_a(x) := x - 2\frac{\sigma(a,x)}{\sigma(a,a)}a$ *ist die Spiegelung an* $< a >^{\perp}$. *Beweise:*

- $s_a \circ s_a = Id$,
- $s_a(a) = -a$ *und*
- $\sigma(s_a(x), y) = \sigma(x, s_a(y))$ *für alle* $x, y \in V$.

Aufgabe 1.5 (Matrixdarstellung von linearen Abbildungen)**.** *Definiere die Matrixdarstellung einer linearen Abbildung zwischen zwei Vektorräumen? Ist diese Abbildung abhängig von den gewählten Basen? Was passiert, wenn man die Basis wechselt?*

Aufgabe 1.6 (Basiswechsel)**.** *Betrachte nun den* $\mathbb{R}^3$. *Sei* $\mathcal{B} := \{(1, 2, 0), (0, -1, 0), (3, 0, 1)\}$. *Berechne die Matrixdarstellung von* $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, (x_1, x_2, x_3) \mapsto (2x_1 + x_2, x_3, x_2 - x_3)$ *bzgl.* $\mathcal{B}$. *Sei nun* $\mathcal{C} := (0, 2, 0), (1, 0, 0), (0, 0, -1)$. *Berechne nun den Basiswechsel von* $\mathcal{B}$ *zu* $\mathcal{C}$.