1. Aufgaben

Aufgabe 1.1. *Definiere die folgenden Begriffe:*

- *orthogonale Projektion,*

Aufgabe 1.2. *Sei* $(V, <,>)$ *euklidischer Vektorraum,* U *Unterraum,* $v \in V$ *und* $p \in U$*, dann folgt aus* $v - p \in U^{\perp}$*, dass für alle* $p' \in U$*:* $\|v - p'\| \geq \|v - p\|$*.*

Aufgabe 1.3. *Löse die folgenden linearen Ausgleichprobleme* $\|Ax - b\| = $ *Minimum für die folgenden Matrizen* A *und Vektoren* b*:*

(i) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}$ *und* $b = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

(ii) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \\ 3 & 0 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$ *und* $b = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix}$.

(iii) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 2 \\ 6 & -2 & 7 \\ 1 & 2 & 8 \end{pmatrix}$ *und* $b = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 1.4. *Löse allgemein folgendes lineares Ausgleichproblem* $\|Ax - b\| = $ *Minimum für* $A = \begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{pmatrix}$ *und* $b = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_3 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 1.5. *Betrachte den von* $(1, 2, 0)$ *und* $(1, 0, 1)$ *aufgespannten Vektorraum des* $\mathbb{R}^3$*. Berechne den Abstand des Punktes* $(1, 2, 3)$*.*