

1. AUFGABEN

Aufgabe 1.1. *Definiere die folgenden Begriffe:*

- *Eigenvektor,*
- *Eigenwert,*
- *Eigenraum und*
- *charakteristischer Polynom.*

Aufgabe 1.2. *Berechne das charakteristische Polynom von*

- $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 & 6 & 3 \\ 4 & -9 & -6 \\ -8 & 14 & 10 \end{pmatrix}$

Aufgabe 1.3. *Berechne die Eigenvektoren der Matrizen aus der vorherigen Aufgabe.*

Aufgabe 1.4 (Wiederholung). *Löse die folgenden linearen Ausgleichprobleme $\|Ax - b\| = \text{Minimum}$ für die folgenden Matrizen A und Vektoren b :*

- (i) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 6 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}$ und $b = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$
- (ii) $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 5 \\ 1 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ und $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 1.5 (Wiederholung). *Bestimme eine Orthonormalbasis folgender Räume:*

- $\left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle$,
- $\left\langle \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle$,