1. Aufgaben

Aufgabe 1.1. *Definiere die folgenden Begriffe:*

- *Diagonalisierbarkeit,*
- *charakteristisches Polynom einer linearen Abbildung.*

Aufgabe 1.2. *Sei A ein $n \times n$- Matrix über $\mathbb{K}$. Wahr oder falsch?*

- *A ist genau dann invertierbar, wenn 0 kein Eigenwert von A ist.*
- *$A = 0$ genau dann, wenn $\varphi_A(x) = x^n$.*
- *Für $\mathbb{R} = \mathbb{K}$ hat A mindestens einen Eigenwert.*
- *Für $\mathbb{C} = \mathbb{K}$ hat A mindestens einen Eigenwert.*
- *Falls λ ein Eigenwert von $A^T A$ ist, dann ist λ auch ein Eigenwert von A^T.*
- *Falls A invertierbar ist und λ ein Eigenwert von A, dann ist $\frac{1}{\lambda}$ auch ein Eigenwert von A^{-1}.*
- *$A = CBC^{-1}$, dann hat B die gleichen Eigenvektoren wie A.*

Aufgabe 1.3. *Berechne die Eigenwerte von* $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$.

Aufgabe 1.4. *Berechne die Eigenwerte und Eigenvektoren folgender Matrizen:*

- $\begin{pmatrix} -3 & -4 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 & -4 & 2 & 2 \\ 4 & -7 & 2 & 2 \\ 6 & -6 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

Aufgabe 1.5. *Sei* $A := \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$. *Berechne die Eigenwerte und Eigenvektoren von* $f : Mat(2, 2, \mathbb{R}) \to Mat(2, 2, \mathbb{R}), B \mapsto AB - BA$.